МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9:531.3 DOI 10.12737/19699

Синергетический подход при изучении устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования боковыми гранями концевых фрез (случай большой скорости резания)*

В. Л. Заковоротный[1], А. А. Губанова[2], А. Д. Лукьянов[3]**

[1,2,3]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Synergetic approach to study forming path stability of the end cutdown milling by side faces (case of high speed cutting) ***

V. L. Zakovorotny[1], A. A. Gubanova[2], A. D. Lukyanov[3]**

[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является рассмотрение проблемы устойчивости установившихся стационарных траекторий упругих деформационных смещений инструмента при продольном фрезеровании концевыми фрезами. В отличие от ранее рассмотренных проблем устойчивости, в которых анализируется случай медленных движений, для которых в уравнениях в вариациях относительно стационарной траектории параметры системы можно рассматривать замороженными, анализируется случай большой скорости резания. В этом случае при анализе устойчивости необходимо рассматривать линеаризованную систему в вариациях с периодически изменяющимися коэффициентами. По мере увеличения скорости вращения инструмента во многих случаях наблюдается параметрическое самовозбуждение колебаний, поэтому главное внимание уделяется изучению условий параметрического самовозбуждения динамической системы фрезерования концевыми фрезами. Показано, что на условие параметрического самовозбуждения оказывают влияние как технологические режимы резания, прежде всего частота вращения инструмента, так и геометрия инструмента, которая определяет матрицы угловых коэффициентов ориентации сил резания. Приводятся примеры областей устойчивости в зависимости от изменения параметров системы.

Ключевые слова: процесс фрезерования концевыми фрезами, стационарные траектории, периодически изменяющиеся параметры, устойчивость, параметрическое самовозбуждение.

The work objective is to consider the stability problem of steady-state paths of the elastic deformational tool displacement under the longitudinal end milling. The authors analyze the case of high speed cutting in contrast to the previously discussed stability problems that analyze the case of slow movements for which the system parameters can be considered frozen in the equations in variations relative to the stationary path. In this case, the stability analysis must consider the linearized system in variations with periodically varying coefficients. With speeding-up the tool rotation in many cases there is a parametric self-excitation of oscillations. Therefore, the main attention is paid to studying the parametric excitation conditions of a dynamic endmilling system. It is shown that the parametric excitation condition is affected by the technological cutting modes, both the tool rotation frequency and the tool geometry which determines the matrix angular coefficients of the cutting forces orientation. Examples of stability areas depending on changes in the system settings are given.

Keywords: endmilling process, stationary trajectories, periodically-varying parameters, stability, parametric excitation.

Введение. При изучении динамики процесса резания, в частности, фрезерования, рассматривают упругие подсистемы со стороны режущего инструмента и обрабатываемой детали, которые взаимодействуют между собой через динамическую связь, формируемую процессом обработки [1–9]. В свою очередь, динамическая связь характеризует модель сил резания, представленную в координатах состояния системы и технологических режимах [10, 11]. В

---

*Работа выполнена по гранту РФФИ №14-08-00206а.

** E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, anatoliya81@mail.ru, lex1998@rambler.ru

***The research is done on RFFI grant no.14-08-00206a.

зависимости от модели сил, зависящей от конкретного процесса и условий обработки, анализируются проблемы устойчивости и многообразий, формируемых в окрестностях равновесия. Рассматриваются автоколебания [12, 13], инвариантные торы [14–17] и хаотические аттракторы [16–19]. Показано, что для раскрытия основных свойств упругие деформационные смещения не могут быть скалярными. Из всех процессов наиболее сложным является процесс фрезерования, который является нестационарным с периодически изменяющимися параметрами длины и толщины срезаемого слоя каждым режущим лезвием фрезы [20–41]. Поэтому в подвижной системе координат, движение которой определяется траекториями движения исполнительных элементов, стационарным установившимся состоянием является не точка равновесия, как это имеет место при точении, а некоторая замкнутая траектория. В связи с этим уравнение динамики, в общем случае, имеет периодически изменяющиеся коэффициенты. Ранее был рассмотрен случай «медленных» стационарных траекторий [41], для которых в рассматриваемый момент времени параметры динамической связи можно считать замороженными. Это справедливо для малых скоростей резания и достаточных параметров жесткости инструмента, что является традиционным случаем обработки. Однако по мере увеличения частоты вращения инструмента и (или) уменьшения изгибной жесткости концевой фрезы, частоты собственных колебаний инструмента и его вращения становятся соизмеримыми. В этом случае в динамической системе резания возможно параметрическое самовозбуждение. Свойства системы в этом случае принципиально отличаются от свойств, рассмотренных ранее. Именно этому случаю посвящена данная работа, которая фактически является продолжением статьи, опубликованной ранее [41].

Уравнение в вариациях относительно стационарной траектории. При увеличении частоты вращения шпинделя наступает момент, когда время периодического изменения коэффициентов становится соизмеримым с импульсной реакцией системы. На практике такие условия соответствуют скоростному фрезерованию. В этом случае исходное дифференциальное уравнение несколько упрощается, но его анализ становится более сложным. Во-первых, при высоких скоростях резания запаздыванием вариаций сил по отношению к изменениям колебательных смещений инструмента относительно заготовки можно пренебречь, во-вторых, для анализа устойчивости при построении уравнения в вариациях относительно стационарной траектории необходимо учитывать, что параметры системы становятся функциями времени. В этом случае необходимо учитывать параметрическое самовозбуждение системы. Параметрические явления наступают и в том случае, если фреза обладает малой изгибной жесткостью. Исходное уравнение динамики в этом случае, в отличие от рассмотренного в [41], имеет следующий вид (рис.1):

$$\begin{cases} m\frac{d^2X_1}{dt^2}+h\frac{dX_1}{dt}+cX_1= \\ =\chi_1\rho_0[1+\mu\exp(-\alpha_1(V-\frac{dX_2}{dt}))]\cdot b\cdot[a_k(t)-X_1]+\chi_1^{(1)}F^{(0)}\cdot\exp[-\alpha_2 dX_1/dt]; \\ m\frac{d^2X_2}{dt^2}+h\frac{dX_2}{dt}+cX_2= \\ =\chi_2\rho_0[1+\mu\exp(-\alpha_1(V-\frac{dX_2}{dt}))]\cdot b\cdot[a_k(t)-X_1]+\chi_2^{(1)}F^{(0)}\cdot\exp[-\alpha_2 dX_1/dt], \end{cases} \quad (1)$$

где X_1, X_2 — упругие деформационные смещения инструмента в плоскости, нормальной к оси его вращения в системе координат, привязанной к вершине режущего зуба; m, h, c — инерционные, диссипативные и упругие коэффициенты, равные между собой, так как концевая фреза обладает свойством симметрии геометрических параметров; b — ширина срезаемого слоя зубом фрезы; ρ_0 — давление стружки на переднюю поверхность режущего лезвия зуба фрезы; $a_k(t)$ — заданная функция кинематической составляющей вариации толщины срезаемого слоя; $\chi_1, \chi_2, \chi_1^{(1)}, \chi_2^{(1)}$ — угловые коэффициенты ориентации главной составляющей силы резания и силы, формируемой в области контакта задней грани инструмента с заготовкой; α_1, α_2 — параметры скоростной зависимости сил; $F^{(0)}$ — значение силы, формируемой в области задней грани инструмента при скорости движения инструмента в сторону заготовки без учета скоростей упругих деформационных смещений.

На приведенной иллюстрации справа жирной линией показана функция изменения кинематической толщины срезаемого слоя $a_k(\phi)$, то есть его изменения без учета упругих деформационных смещений инструмента. Там же дана пунктиром функция изменения толщины срезаемого слоя с учетом упругих деформационных смещений для установившегося состояния $a(\phi)$.

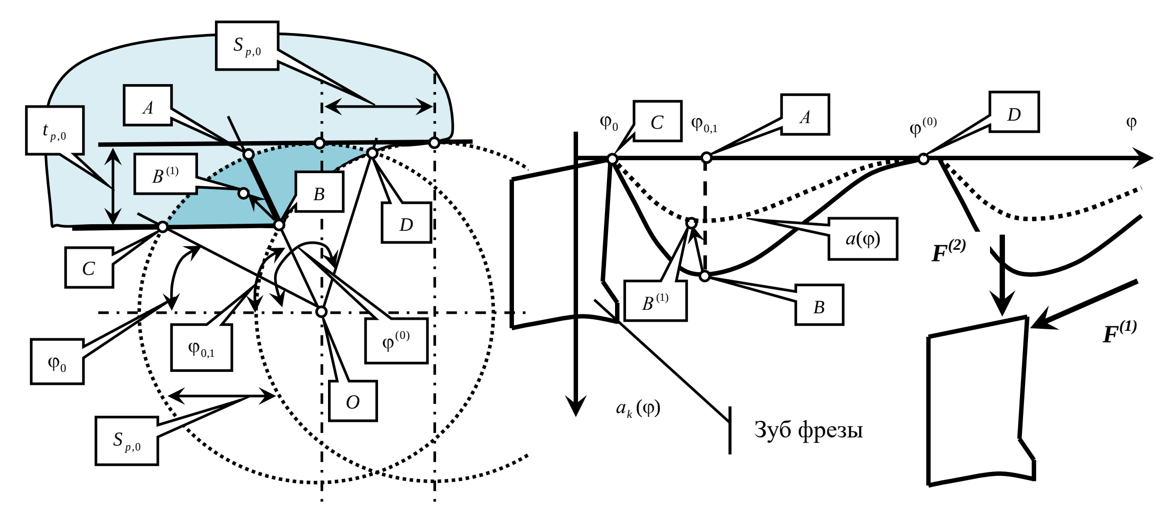


Рис. 1. Схема формирования сил и толщины срезаемого слоя в зависимости от угла поворота фрезы

В системе (1) модуль главной составляющей силы определяется выражением: $F^{(1)}(t) = \rho_0[1+\mu\exp(-\alpha_1(V - \frac{dX_2}{dt}))]\cdot b\cdot[a_k(t) - X_1]$. Модуль силы, действующей на заднюю грань — $F^{(2)} = F^{(0)}\cdot\exp[-\alpha_2 dX_1/dt]$. При построении уравнения (1) принято также, что частота вращения инструмента является постоянной $\Omega = const$. Поэтому угол поворота инструмента ϕ отличается от времени коэффициентом. Пусть задана стационарная установившаяся траектория деформационных смещений инструмента $X^* = \{X_1^*, X_2^*\}^T$. Она вычисляется по методике, изложенной в [41]. Тогда функции $a_k(t),\ X^*(t),\ dX^*/dt$ являются заданными.

Для рассмотрения устойчивости траекторий $X^* = \{X_1^*, X_2^*\}^T$ необходимо исследовать уравнение в вариациях относительно этих траекторий [42]. Представим деформационные смещения в виде $X_1 = X_1^*(t) + x_1(t)$ и $X_2 = X_2^*(t) + x_2(t)$. Здесь $x_1(t),\ \ x_2(t)$ малые вариации упругих деформационных смещений относительно траекторий $X_1^*(t),\ X_2^*(t)$. В свою очередь, функции $X_1^*(t),\ X_2^*(t)$ — есть установившиеся стационарные траектории. Следовательно, для скоростей упругих деформационных смещений справедливо

$$\frac{dX_1}{dt} = V_1(t) + \frac{dx_1}{dt},\ \frac{dX_2}{dt} = V_2(t) + \frac{dx_2}{dt}, \tag{2}$$

где $V_1(t), V_2(t)$ — заданные скорости деформационных смещений для стационарных установившихся движений; $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}$ — их вариации. Таким образом, подлежащее анализу при изучении устойчивости линеаризованное уравнение в вариациях можно представить в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + h_0\frac{dx}{dt} + c_0 x = 0, \tag{3}$$

где $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$; $h_0 = \begin{bmatrix} h + h_{1,1}(t) & -h_{2,1}(t) \\ h_{1,2}(t) & h - h_{2,2}(t) \end{bmatrix}$; $c_0 = \begin{bmatrix} c + c_{1,1}(t) & 0 \\ c_{1,2}(t) & c \end{bmatrix}$;

$h_{1,1}(t) = \chi_1^{(1)} F^{(0)}\alpha_2\exp[-\alpha_2 V_{1,\Sigma}(t)]$; $h_{1,2}(t) = \chi_2^{(1)} F^{(0)}\alpha_2\exp[-\alpha_2 V_{1,\Sigma}(t)]$; $h_{2,1}(t) = \chi_1\rho_0 в\alpha_1 a_\Sigma(t)\exp[-\alpha_1 V_{2,\Sigma}(t)]$; $h_{2,2}(t) = \chi_2\rho_0 в\alpha_1 a_\Sigma(t)\exp[-\alpha_1 V_{2,\Sigma}(t)]$; $c_{1,1}(t) = \chi_1\rho_0 в\{1+\mu\exp[-\alpha_1 V_{2,\Sigma}(t)]\}$; $c_{1,2}(t) = \chi_2\rho_0 в\{1+\mu\exp[-\alpha_1 V_{2,\Sigma}(t)]\}$; $a_\Sigma(t) = a_k(t) - X_1^*(t)$; $V_{2,\Sigma}(t) = V - V_2(t)$; $V_{1,\Sigma}(t) = V^{(П)} - V_2(t)$, $V^{(П)}$ — постоянная скорость подачи. В уравнении (3) отброшены члены второго порядка малости. Проанализируем переменные коэффициенты в (3). Коэффициенты $h_{1,1}(t)$, $h_{2,1}(t)$, $h_{1,2}(t)$, $h_{2,2}(t)$, $c_{1,1}(t)$, $c_{1,2}(t)$ состоят из постоянной и периодически изменяющейся составляющих. Их период T_0 один и тот же. Период не меняется и в мультипликативных формах $h_{1,2}(t)$, $h_{2,2}(t)$, так как $a_\Sigma(t)\rangle 0,\ \ \exp[-\alpha_1 V_{2,\Sigma}(t)]\rangle 0$. Поэтому их можно разложить в ряд Фурье, в котором присутствуют постоянная составляющая и только синус-преобразование. Ряд достаточно быстро сходится, поэтому все коэффициенты можно

представить в виде постоянных и периодически изменяющихся коэффициентов, имеющих лишь коэффициенты при синусах. Таким образом, базовое уравнение, подлежащее анализу, имеет структуру

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+h_0(t)\frac{dx}{dt}+c_0(t)x=0\,, \qquad (4)$$

где $m=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$; $h_0(t)=\begin{bmatrix} h+\chi_1^{(1)}h^{(1)}[1+\delta^{(1)}\sin(\Omega t)] & -\chi_1 h^{(2)}[1+\delta^{(2)}\sin(\Omega t)] \\ \chi_2^{(1)}h^{(1)}[1+\delta^{(1)}\sin(\Omega t)] & h-\chi_2 h^{(2)}[1+\delta^{(2)}\sin(\Omega t)] \end{bmatrix}$; $c_0(t)=\begin{bmatrix} c+\chi_1 c^{(1)}[1+\vartheta\sin(\Omega t)] & 0 \\ \chi_2 c^{(1)}[1+\vartheta\sin(\Omega t)] & c \end{bmatrix}$.

Анализ условий параметрического самовозбуждения. Вначале рассмотрим несколько частных случаев. Во-первых, при больших задних углах режущих лезвий фрезы силами, действующими на заднюю грань инструмента, можно пренебречь, то есть $F^{(0)}=0$. Тогда из (3) имеем $h_{1,1}(t)=h_{1,2}(t)=0$. Во-вторых, коэффициенты χ_1, χ_2 принципиально зависят от переднего угла зуба фрезы. Рассмотрим два предельных случая. Первый случай $\chi_1=1, \chi_2=0$. Второй случай $\chi_1=0, \chi_2=1$. В первом случае с учетом $F^{(0)}=0$ уравнение (4) преобразуется к виду

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+h_0(t)\frac{dx}{dt}+c_0(t)x=0\,, \qquad (5)$$

где $m=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$; $h_0(t)=\begin{bmatrix} h & -h^{(2)}[1+\delta^{(2)}\sin(\Omega t)] \\ 0 & h \end{bmatrix}$; $c_0(t)=\begin{bmatrix} c+c^{(1)}[1+\vartheta\sin(\Omega t)] & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$.

В системе (5) второе уравнение не имеет координаты x_1, и оно характеризует асимптотически устойчивую систему для x_2. Поэтому $x_2(t)_{при:\ t\to\infty}\Rightarrow 0$, а траектория $x_1(t)$ становится аттрактором. Время, в течение которого координата $x_2\equiv 0$, зависит от коэффициента h. Начиная с этого времени система (5) вырождается в следующее скалярное уравнение

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2}+h\frac{dx_1}{dt}+\{c+c^{(1)}[1+\vartheta\sin(\Omega t)]\}x_1=0\,. \qquad (6)$$

Его свойства будут определяться хорошо изученным уравнением Матье-Хилла [43].

Во втором случае (4) преобразуется к виду

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+h_0(t)\frac{dx}{dt}+c_0(t)x=0\,, \qquad (7)$$

где $m=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$; $h_0(t)=\begin{bmatrix} h & \\ 0 & h-h^{(2)}[1+\delta^{(2)}\sin(\Omega t)] \end{bmatrix}$; $c_0(t)=\begin{bmatrix} c & 0 \\ c^{(1)}[1+\vartheta\sin(\Omega t)] & c \end{bmatrix}$.

Асимптотически устойчивой будет координата x_1. Следуя изложенному выше синергетическому принципу анализа, получаем уравнение, свойство которого определяет устойчивость системы (4), также определяется скалярным уравнением

$$m\frac{d^2x_2}{dt^2}+\{h-h^{(2)}[1+\delta^{(2)}\sin(\Omega t)]\}\frac{dx_2}{dt}+cx_2=0\,. \qquad (8)$$

Система (8) может стать абсолютно неустойчивой при условии $h\langle h^{(2)}[1+\delta^{(2)}\sin(\Omega t)]$ при $t\in[0,\infty)$. Поэтому нас будут интересовать, прежде всего, случаи, когда на некоторых промежутках времени указанное выше условие не выполняется.

Приведенные выше случаи являются скорее исключением, чем правилом. В общем случае $\chi_1\neq 1, \chi_2\neq 1$ и $\chi_1\neq 0, \chi_2\neq 0$, а между ними существует известное условие нормировки $(\chi_1)^2+(\chi_2)^2=1$. При реальных значениях в системе (4) за счет взаимного влияния двух колебательных контуров формируется сложный динамический процесс, который стягивается по своим свойствам к двум процессам, описываемым уравнениями (6) и (8). Система (4) принципиально отличается от уравнения Матье-Хила, во-первых, тем, что в системе (4) имеет место взаимодействие двух колебательных контуров. Во-вторых, в этой системе периодически меняется матрица скоростных коэффициентов. Наконец симметричная часть матрицы скоростных коэффициентов может на отдельных временных промежутках становиться отрицательно определенной, то есть ускоряющей. Тогда на этих временных отрезках система теряет устойчивость. Причем потеря устойчивости, как правило, является колебательной. Тогда за счет чередования устойчивых и неустойчивых отрезков времени в системе формируются периодические движения. В общем случае для исследования системы (4) можно воспользоваться теорией Флоке для T_0-периодических процессов [43].

Проанализируем условия параметрического самовозбуждения на примере системы, параметры которой приведены в табл. 1. Дополним эти данные составляющими матрицы упругости и скоростных коэффициентов, изменяющимися по синусоидальному закону, причем период их изменения одинаков. Построение диаграмм параметрического самовозбуждения выполнено на основе прямого интегрирования рассматриваемых дифференциальных уравнений по методу Рунге-Кутта 4-го порядка. Погрешность метода не превышала 0,5%, что оценивалось на основе сравнения известных решений с полученными методом Рунге-Кутта. Построение диаграмм выполнено по сетке.

Таблица 1

$m,[кг \cdot c^2 / мм]$	$h,[кг \cdot c / мм]$	$c,[кг / мм]$	$\alpha_2 [c / мм]$	μ	$F^{(0)}[кг]$
$3,0 \cdot 10^{-3}$	$5,0$	3000	65	$0,5$	$2,0$

Выполним анализ по следующей схеме: 1) проанализируем область устойчивости для случая $\mu_{i,s} = \vartheta = 0,\ i,s = 1,2$; 2) для параметров из области устойчивости рассмотрим диаграмму устойчивости для уравнения Матье-Хилла (6); 3) проанализируем диаграмму параметрического самовозбуждения для системы (8); 4) для системы (4) рассмотрим два случая ($\chi_1 = 0,6, \chi_2 = 0,8$ и $\chi_1 = 0,8, \chi_2 = 0,6$); 5) выясним влияние на параметрическое самовозбуждение динамической связи, формируемой контактом задней грани режущего лезвия фрезы.

На рис. 2, а приведена область устойчивости системы в плоскости двух параметров: ρ_0 и α_1 системы (3). Ширина срезаемого слоя $b = 20 мм$. Слева от фигуративной линии система является устойчивой. Область вычислена для случая, когда $\mu_{i,s} = \vartheta = 0,\ i,s = 1,2$. В дальнейшем рассмотрим две точки («1» и «2» на рис. 2), которые находятся в области параметров, при которых система устойчива. Однако точка «1» находится в непосредственной близости от фигуративной линии. На этой же иллюстрации (верхняя иллюстрация на рис. 2, б приведены диаграммы параметрического самовозбуждения в системе (17) в плоскости « $\mu - \eta$ », как это принято при анализе уравнения Матье-Хилла [43]. На нижней иллюстрации рис. 2, б приведена аналогичная диаграмма для системы (8). Здесь $\eta = \Omega / \Omega_0$, $\Omega_0 = [(c + \chi_1 c^{(1)}) / m]^{0,5}$ при анализе уравнения (6) и $\eta = \Omega / \Omega_0$, $\Omega_0 = (c / m)^{0,5}$ при анализе уравнения (8). Все приведенные диаграммы параметрического самовозбуждения относятся к системе, параметры которой соответствуют точке «1» на рис. 2, а.

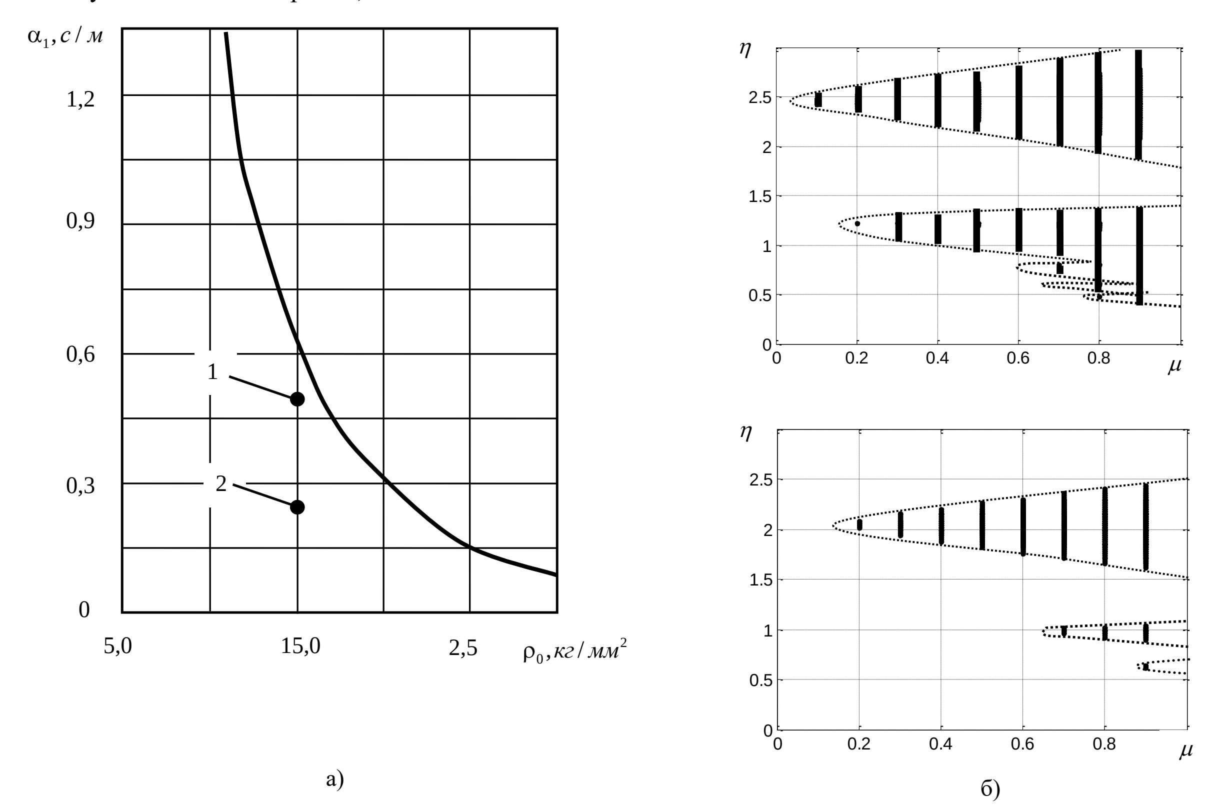


Рис. 2. Область устойчивости системы при $\mu_{i,s} = \vartheta = 0,\ i,s = 1,2$

и диаграмма параметрического самовозбуждения

Если рассмотреть эти же диаграммы для точки «2» на рис. 2, а, диаграмма параметрического самовозбуждения для уравнения (6) остается практически без изменения, а для уравнения (8) лепестки неустойчивого поведения существенно уменьшаются, как показано на рис. 3, а. Приведем также примеры диаграмм параметрического самовоз-

буждения системы для случая, когда нет угловых коэффициентов равных нулю. В этом случае параметрическое самовозбуждение за счет периодических изменений матрицы упругости и скоростных коэффициентов становятся взаимосвязанными. На рис. 3, б приведены диаграммы для системы (4), имеющей угловые коэффициенты: $\chi_1 = 0,6, \chi_2 = 0,8$. На рис. 3, в — для угловых коэффициентов $\chi_1 = 0,8, \chi_2 = 0,6$.

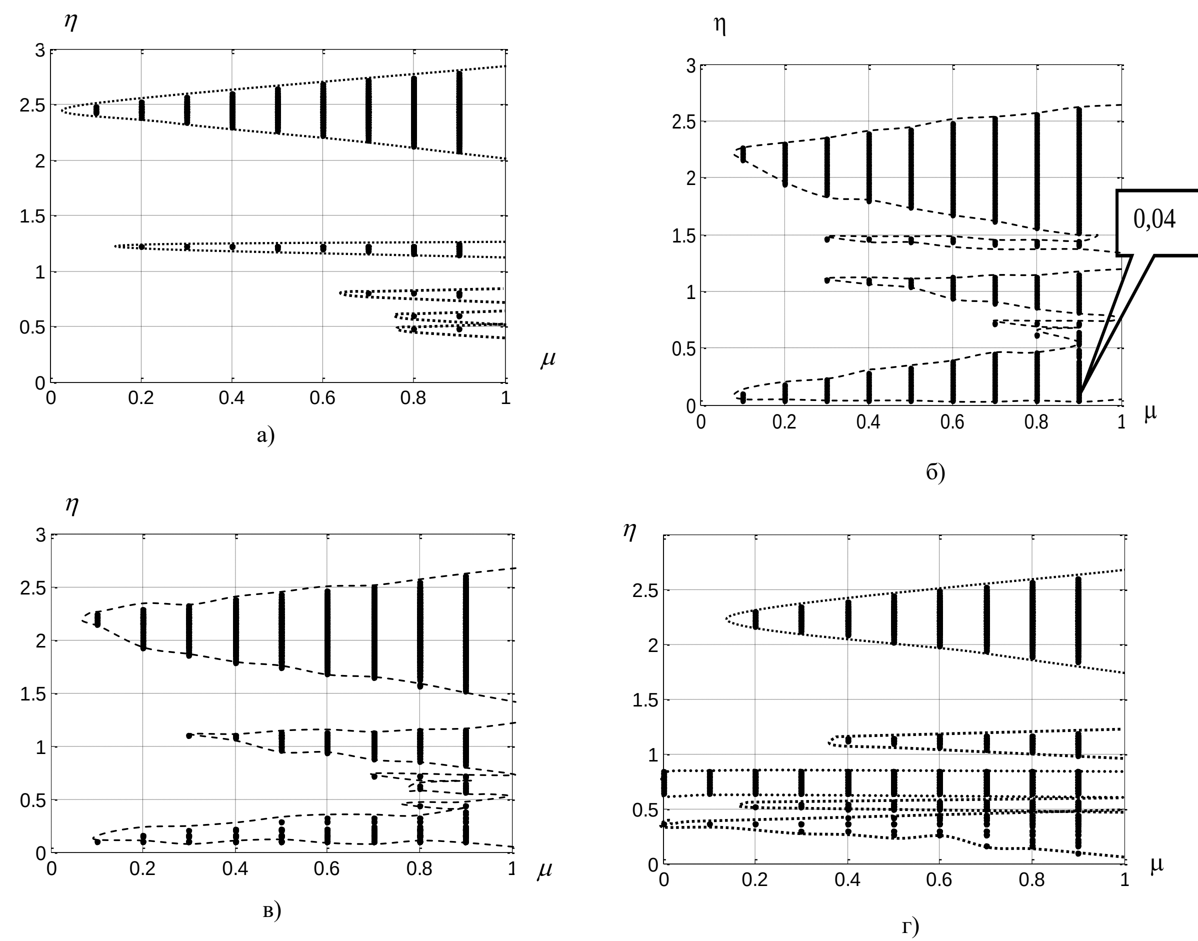


Рис. 3. Примеры диаграмм параметрического самовозбуждения системы фрезерования

На рис. 3, г при $\chi_1 = 0,8, \chi_2 = 0,6$ учтены связи, формируемые в зоне контакта задней грани инструмента с обрабатываемой деталью, то есть для полной системы дифференциальных уравнений (3).

Анализ результатов. По мере увеличения частоты вращения инструмента и приближения её к одной из собственных частот динамической системы фрезерования наблюдаются явления параметрического самовозбуждения системы. Если рассматривать динамическую систему (4) как систему с постоянными параметрами ($\delta^{(1)} = \delta^{(2)} = \vartheta = 0$), то по мере увеличения скорости резания существует ограниченный диапазон, в котором стационарная траектория упругих деформационных смещений теряет устойчивость. Это обусловлено, как показано ранее [41], преобразованием симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов математической модели динамической системы фрезерования из положительно определенной в отрицательно определенную. Это преобразование зависит, прежде всего, от запаздывания сил по отношению к деформационным смещениям и от крутизны уменьшения сил при возрастании скорости. В реальных системах, начиная с некоторой скорости резания, система вновь теряет устойчивость. При этом симметричная часть матрицы скоростных коэффициентов, как правило, остается положительно определенной. Как показано выше, это обусловлено параметрическим самовозбуждением системы, то есть в этом случае механизмы потери устойчивости имеют другую природу. Аналогичный эффект наблюдается и при уменьшении жесткости инструмента. Поэтому при выборе технологических режимов, прежде всего скорости резания, существует оптимальный диапазон, в котором система фрезерования остается устойчивой.

Исследования показывают, что на условие самовозбуждения оказывают влияние практически все параметры динамической связи, технологические режимы (прежде всего скорость резания, влияющая на частоту вращения инструмента) и геометрия инструмента. Параметрическое самовозбуждение зависит от близости параметров системы к границе области устойчивости подсистемы при $\delta^{(1)} = \delta^{(2)} = \vartheta = 0$. Приближение параметров к этой границе не только расширяет лепестки неустойчивого поведения системы, но и приводит к образованию этих лепестков в области малых

скоростей резания. К расширению области неустойчивости приводит и увеличение связанности двух взаимодействующих через процесс резания колебательных контуров подсистемы инструмента. Наибольшей стабильностью стационарные траектории обладают в системах, уравнение которых близко к уравнению Матье-Хилла. В этом случае первый лепесток области неустойчивости близок к двойной собственной частоте колебательного контура. Все перечисленные выше факторы снижают частоту вращения инструмента, начиная с которой наблюдается параметрическое самовозбуждение.

Несмотря на то, что дополнительная связь, формируемая в контакте задней грани инструмента с обрабатываемой деталью, имеет смысл нелинейной диссипации, за счет параметрического взаимодействия она также вызывает расширение области неустойчивости и смещение ее границы в область малых частот вращения инструмента. Это связано с тем, что вариации скорости подачи, обусловленные периодическими упругими деформационными смещениями инструмента, за счет этой связи лишь увеличивают вариации параметров динамической системы.

Приведенный материал образует информационную базу для построения систем динамической диагностики состояния процесса фрезерования. В отличие от точения, для которого предложены алгоритмы диагностирования [44], при фрезеровании эти алгоритмы должны быть дополнены оценками, основанными на стробоскопическом отображении Пуанкаре с периодом, определяемом периодом повторения установившихся стационарных траекторий.

Выводы. Параметрическое самовозбуждение динамической системы фрезерования, обусловленное периодическими изменениями практически всех параметров динамической системы, являются одним из важных факторов потери устойчивости стационарных траекторий. Эти траектории фактически определяют параметры качества формируемой резанием поверхности. Приведенный материал позволяет наметить пути выбора технологических параметров и геометрии инструмента из условий устойчивости траекторий формообразующих движений инструмента относительно заготовки при фрезеровании концевыми фрезами, тем самым обеспечивая проектируемое качество обрабатываемой детали. Особенно актуален выбор параметров при создании программ ЧПУ обработки деталей сложной геометрической формы.

Библиографический список

1. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону : Терра, 2006. — 880 с.
2. Заковоротный, В. Л. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей / В. Л. Заковоротный, А. Д. Лукьянов, Д. А. Нгуен, Д. Т. Фам. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2008. — 324 с.
3. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A. D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium // Int. J. of Mechanical Engineering and Automation. — 2014. — Vol. 1, № 5. — P. 271 – 285.
4. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый ; [пер. с чешск.]. — Москва : Машгиз, 1956. — 395 с.
5. Tlusty, I., Polacek, M., Danek, O., Spacek, L. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Veb Verlag Technik, Berlin, 1962. — 320 p.
6. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. Blackie, London, 1965. — 350 p.
7. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.
8. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: теория и практика / М. Е. Эльясберг. — Санкт-Петербург : ОКБС, 1993. — 182 с.
9. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // СТИН. — 1999. — № 6. — С. 9–13.
10. Заковоротный, В. Л. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистемы инструмента и заготовки / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, С. Т. Нгуен // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2011. — № 2. — С. 38–46.
11. Заковоротный, В. Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, С. Т. Нгуен // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — № 7(50). — С. 1005–1015.
12. Соколовский, А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках. Исследование колебаний при резании металлов / А. П. Соколовский. — Москва : Машгиз, 1958. — 158 с.
13. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. — Ленинград : Машиностроение, 1977. — 192 с.
14. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. —Vol. 10. — P. 102 – 116.

15. Zakovorotny, V. L., Lukyanov A. D., Bykador V. S. Dynamic self-organization in cutting process. Proceedings of the 6-th International Conference on Mechanics and Materials in Design. Delgada/Azores, 26-30 July, 2015. P 119 – 134
16. Заковоротный, В. Л. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. —Т. 22, № 3. — С. 26–40.
17. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–53.
18. Stepan, G. Delay-differential equation models for machine tool chatter (ed. Moon, F. C.)// John Wiley, NY, 1998. — P. 165–192.
19. G. Stepan, T.Insperge and R. Szalai. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes / Int. J. of Bifurcation and Chaos, 2005. —Vol. 15, №. 9. — P. 2783 – 2798.
20. Sridhar, R., Hohn R. E., Long G. W. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to machine tool chatter research-7 // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1968. — Vol. 90, №2. — P. 330 – 334.
21. Altintas, Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling // Annals of the CIRP. — 1995. — Vol. 44, №1. — P. 357 – 362.
22. Tlusty, J., Ismail, F. Special aspects of chatter in milling // ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design. — 1983. — Vol. 105, №1. — P. 24 – 32.
23. Minis, I., Yanushevsky, T. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling // Trans. ASME Journal of Engineering for Industry. — 1993. — Vol. 115, № 2. —P. 1 – 8.
24. Insperger T., Stepan, G. Stability of the milling process // Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering. — 2000. — Vol. 44, №1. — P. 47 – 57.
25. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation // ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control. — 1998. — Vol. 120, № 6(1). — P. 22 – 30.
26. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications // ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control. — 1998. — Vol. 120, № 6 (1) — P. 31 – 36.
27. Merdol, D., Altintas, Y. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling // ASME J. Manuf. Sci. Eng. — 2004. — Vol. 126, № 3. — P. 459 – 466.
28. Insperger, T., Mann, B., Stepan, G., Bayly, P.V. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods // Int. J. of Machine Tools and Manufacture. — 2003. — Vol. 43, № 1 — P. 25 – 34.
29. Kline, W.A., Devor, R. E., Shareef I. A. The prediction of surface accuracy in end milling // ASME J. Eng. Ind. — 1982. — Vol. 104, № 5. — P. 272 – 278.
30. Elbestawi, M. A., Sagherian, R. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections // Theor. Comput. Fluid Dyn. — 1991. — Vol. 25, № 2 — P. 215 – 228.
31. Campomanes, M. L., Altintas, Y. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions // Trans. ASME. J. of Manuf. Sci. and Eng. — 2003. — Vol. 125, №3. — P. 416 – 425.
32. Paris, H., Peigne, G., Mayer, R. Surface shape prediction in high-speed milling // Int. J. of Machine Tools and Manufacture. — 2004. — Vol. 44, №15. — P. 1567 – 1576.
33. Altintas, Y., Lee, P. A general mechanics and dynamics model for helical end mills // Annals of the CIRP. — 1996. — Vol. 45, № 1. — P. 59 – 64.
34. Ozturk, E., Budak, E. Modeling of 5-axis milling processes // Machining Science and Technology. — 2007. — Vol. 11, № 3. — P. 287 – 311.
35. Budak, E., Ozturk, E., Tunc, L.T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes // Annals of CIRP. Manufacturing Technology. — 2009. — Vol. 58, № 1. — P. 347 – 350.
36. Bravo, U, Altuzarra, O, Lopez de Lacalle, L.N., Sanchez, J.A., Campa, F.J. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine // Int. J. of Machine Tools and Manufacture. — 2005. — Vol. 45. — P. 1669 – 1680.
37. Weinert, K., Kersting, P., Surmann, T., Biermann D. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling // Prod. Eng. Res. Devel. — 2008. — № 2. — P. 255 – 260.
38. Biermann, D., Kersting, P., Surmann, T. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades // CIRP Annals. Manufacturing Technology. — 2010. — Vol. 59, № 1 — P. 125 – 128.
39. Воронов, С. А. Методика применения численного моделирования динамики многокоординатного фрезерования сложнопрофильных деталей при проектировании технологического процесса / С. А. Воронов, И. А. Киселев, С. В. Аршинов // Вестник Мос. гос. техн. ун-та им. Н.Э.Баумана. Серия Машиностроение. — 2012. — Спец. вып. № 6. — С. 50–69.

40. Воронов, С. А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей / С. А. Воронов, А. В. Непочатов, И. А. Киселев // Известия вузов. Машиностроение. — 2011. — № 1 (610). — С. 50–62.

41. Заковоротный, В. Л. Синергетический подход при изучении устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования боковыми гранями концевых фрез (случай малой скорости резания) / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2016. — № 1 (85). — С. 50–62.

42. Ляпунов, А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. — Москва : Гостехиздат, 1950. — 167 с.

43. Д'Анжело, Г. Линейные системы с переменными параметрами / Г. Д'Анжело. — Москва : Машиностроение, 1974. — 287 с.

44. Заковоротный, В. Л. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки / В. Л. Заковоротный, И. В. Ладник // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1991. — № 4. — С. 75–81.

References

1. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F. Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod. [Cutting process dynamics. Synergetic approach.] Rostov-on-Don: Terra, 2006, 880 p. (in Russian).

2. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D., Nguen Xuan Chiem, Pham Dinh Tung. Sinergeticheskiy sistemnyy sintez upravlyaemoy dinamiki metallorezhushchikh stankov s uchetom evolyutsii svyazey. [Synergetic system synthesis of controlled dynamics of machine tools with coupling evolution.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2008, 324 p. (in Russian).

3. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A.D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium. Int. J. of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271 – 285.

4. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-oscillations in machine tools.] transl. from Czech. Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).

5. Tlusty, I., Polacek, M., Danek, O., Spacek, L. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Veb Verlag Technik, Berlin, 1962, 320 p.

6. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. Blackie, London, 1965, 350 p.

7. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).

8. Elyasberg, M. E. Avtokolebaniya metallorezhushchikh stankov: teoriya i praktika. [Self-oscillations of machine tools: Theory and Practice.] St. Petersburg: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).

9. Weiz, V.L., Vasilkov, D.V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespecheniya kachestva pri mekhanicheskoy obrabotke malozhestkikh zagotovok. [Problems of dynamics, simulation and quality assurance under machining of non-rigid workpieces.] STIN, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).

10. Zakovorotny, V.L. Pham Dinh Tung, Nguen Xuan Chiem. Matematicheskoe modelirovanie i parametricheskaya identifikatsiya dinamicheskikh svoystv podsistemy instrumenta i zagotovki. [Mathematical modeling and parametric identification of dynamic properties of the subsystem of the cutting tool and workpiece in the turning.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 2, pp. 38–46 (in Russian).

11. Zakovorotny, V.L. Pham Dinh Tung, Nguen Xuan Chiem. Modelirovanie deformatsionnykh smeshcheniy instrumenta otnositel'no zagotovki pri tochenii. [Modeling of tool deformation offsetting to workpiece in turning.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 7 (50), pp. 1005–1015 (in Russian).

12. Sokolovskiy, A.P. Vibratsii pri rabote na metallorezhushchikh stankakh. Issledovanie kolebaniy pri rezanii metallov. [Vibrations at work on machine tools. Study on vibrations under metal cutting]. Moscow: Mashgiz, 1958, 158 p. (in Russian).

13. Murashkin, L.S., Murashkin, S.L. Prikladnaya nelineynaya mekhanika stankov. [Applied nonlinear machine mechanics.] Leningrad: Mashinostroenie, 1977, 192 p. (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2015, vol. 10, pp. 102 – 116 (in Russian).

15. Zakovorotny, V.L., Lukyanov A.D., Bykador V.S. Dynamic self-organization in cutting process. Proceedings of the 6-th International Conference on Mechanics and Materials in Design. Delgada/Azores, 26-30 July, 2015, pp. 119 – 134.

16. Zakovorotny, V.L. Pham D.-T., Bykador, V.S. Samoorganizatsiya i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy obrabotki metallov rezaniem. [Self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 26–40 (in Russian).

17. Zakovorotny, V.L. Pham D.-T., Bykador, V.S. Vliyanie izgibnykh deformatsiy instrumenta na samoorganizatsiyu i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy rezaniya metallov. [Influence of a flexural deformation of a tool on self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–53 (in Russian).

18. Stepan, G. Delay-differential equation models for machine tool chatter. Moon, F.C., ed. John Wiley, NY, 1998, pp. 165–192.

19. Stepan, G., Insperge, T., and Szalai, R. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. Int. J. of Bifurcation and Chaos, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783 – 2798.

20. Sridhar, R., Hohn, R.E., Long, G.W. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to machine tool chatter research-7. ASME Journal of Engineering for Industry, 1968, vol. 90, no. 2, pp. 330 – 334.

21. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. Annals of the CIRP, 1995, vol. 44, no., 1, pp. 357 – 362.

22. Tlusty, J., Ismail, F. Special aspects of chatter in milling. ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design, 1983, vol. 105, no. 1, pp. 24 – 32.

23. Minis, I., Yanushevsky, T. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling. Trans. ASME Journal of Engineering for Industry, 1993, vol. 115, no. 2, pp. 1 – 8.

24. Insperger, T., Stepan, G. Stability of the milling process. Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering, 2000, vol. 44, no. 1, pp. 47 – 57.

25. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation. ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control. 1998, vol. 120, no. 6(1), pp. 22 – 30.

26. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications. ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control. 1998, vol. 120, no. 6 (1), pp. 31 – 36.

27. Merdol, D., Altintas, Y. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling. ASME J. Manuf. Sci. Eng., 2004, vol. 126, no. 3, pp. 459 – 466.

28. Insperger, T., Mann, B., Stepan, G., Bayly, P.V. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods. Int. J. of Machine Tools and Manufacture, 2003, vol. 43, no. 1, pp. 25 – 34.

29. Kline, W.A., Devor, R. E., Shareef I. A. The prediction of surface accuracy in end milling. ASME J. Eng. Ind., 1982, vol. 104, no. 5, pp. 272 – 278.

30. Elbestawi, M. A., Sagherian, R. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections. Theor. Comput. Fluid Dyn., 1991, vol. 25, no. 2, pp. 215 – 228.

31. Campomanes, M.L., Altintas, Y. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions. Trans. ASME. J. of Manuf. Sci. and Eng., 2003, vol. 125, no. 3, pp. 416 – 425.

32. Paris, H., Peigne, G., Mayer, R. Surface shape prediction in high-speed milling. Int. J. of Machine Tools and Manufacture, 2004, vol. 44, no. 15, pp. 1567 – 1576.

33. Altintas, Y., Lee, P. A general mechanics and dynamics model for helical end mills. Annals of the CIRP, 1996, vol. 45, no. 1, pp. 59 – 64.

34. Ozturk, E., Budak, E. Modeling of 5-axis milling processes. Machining Science and Technology, 2007, vol. 11, no. 3, pp. 287 – 311.

35. Budak, E., Ozturk, E., Tunc, L.T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes. Annals of CIRP. Manufacturing Technology, 2009, vol. 58, no. 1, pp. 347 – 350.

36. Bravo, U., Altuzarra, O., Lopez de Lacalle, L.N., Sanchez, J.A., Campa, F.J. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. Int. J. of Machine Tools and Manufacture, 2005, vol. 45, pp. 1669 – 1680.

37. Weinert, K., Kersting, P., Surmann, T., Biermann D. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling. Prod. Eng. Res. Devel., 2008, no. 2, pp. 255 – 260.

38. Biermann, D., Kersting, P., Surmann, T. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades. CIRP Annals. Manufacturing Technology. 2010, vol. 59, no. 1, pp. 125 – 128.

39. Voronov, S.A, Kiselev, I.A., Arshinov, S.V. Metodika primeneniya chislennogo modelirovaniya dinamiki mnogokoordinatnogo frezerovaniya slozhnoprofil'nykh detaley pri proektirovanii tekhnologicheskogo protsessa. [Application methods of numerical modeling of the dynamics of multi-axis milling of complex profile parts in technological process design.] Vestnik MSTU. Series Machine Building. 2012, spec. iss. no. 6, pp. 50–69 (in Russian).

40. Voronov, S.A, Nepochatov, A.V., Kiselev, I.A. Kriterii otsenki ustoychivosti protsessa frezerovaniya nezhestkikh detaley. [Stability criteria evaluation process of milling of non-rigid parts.] Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building, 2011, no. 1 (610), pp. 50–62 (in Russian).

41. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Sinergeticheskiy podkhod pri izuchenii ustoychivosti formoobrazuyushchikh traektoriy poputnogo frezerovaniya bokovymi granyami kontsevykh frez (sluchay maloy skorosti rezaniya). [Synergetic approach to studying stability of form-building trajectories of climb milling by side edges of endmills (low cutting speed case).] Vestnik of DSTU, 2016, no. 1 (85), pp. 50–62 (in Russian).

42. Lyapunov, A M. Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya. [A general problem on motion stability.] Moscow: Gostekhizdat, 1950, 167 p. (in Russian).

43. D'Angelo, G. Lineynye sistemy s peremennymi parametrami. [Linear systems with variable parameters.] Moscow: Mashinostroenie, 1974, 287 p. (in Russian).

44. Zakovorotny, V.L., Ladnik, I.V. Postroenie informatsionnoy modeli dinamicheskoy sistemy metallorezhushchego stanka dlya diagnostiki protsessa obrabotki. [Building of data model of the machine tool dynamic system for treatment process diagnostics.] Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 1991, no. 4, pp. 75–81 (in Russian).

Поступила в редакцию 21.01.2016
Сдана в редакцию 22.01.2016
Запланирована в номер 23.03.2016